

周辺支持直角二等辺三角形板のせん断および 圧縮座屈後の挙動

若 杉 昇^{*}・阪 口 健 一^{**}・後 藤 善 弘^{***}

“Postbuckling Behavior of Simply Supported Isosceles Right Triangular Plate in Uniform Compression or Shear”

Shohachi WAKASUGI, Kenichi SAKAGUCHI, Yoshihiro GOTO

(Received Apr. 15, 1968)

After buckling, the behavior of plates is quite different from that of compressed columns. Namely, the critical load for a column can be considered as the ultimate load, but a thin buckled plate can carry a much larger load than the critical load at which buckling begins.

Therefore, it is of importance to investigate the postbuckling behavior of plates.

This paper deals theoretically with the postbuckling behavior of simply supported isosceles right triangular plate in the case of uniform compression or shear by using the Galerkin's method.

Especially, a polynomial of coordinate variables x and y is used as a new type of stress function in this paper.

The relations between deflection, effective rigidity and load after buckling are clarified.

1 ま え が き

平板の座屈は柱の座屈と異なり、座屈しても急には破壊にいたらず、より高荷重に耐えることができる。したがって、座屈後の挙動についての知識が必要である。直角二等辺三角形板は三角形板の代表であるばかりでなく、正方形板の対角線上に補強材をつけた場合にできる基本形でもあり、長方形板等とともに、重要な構造要素である。長方形板の圧縮座屈後の挙動については、種々の研究があり、また、せん断座屈後の挙動については、A. Kromm および K. Marguerre の無限帯板の場合の解¹⁾などがあるが、三角形板については、いまだ発表されていないようである。本報においては、周辺支持直角二等辺三角形板のせん断または圧縮荷重による座屈後の挙動を理論的に解析した。周辺条件を厳密に満足するたわみ波形を用いて、Galer-

kin 法により解析し、荷重とたわみ、有効剛性等との間の関係を考察した。とくに、本報においては、応力関数として、新しく座標変数 x と y の多項式の項を採用し、著しく計算労力を軽減できた。

2 基 礎 方 程 式

等質等方性の材料よりなる、初期たわみのない、薄い、厚さ t 、直角をはさむ辺の長さが a の周辺支持直角二等辺三角形板 OAB に対して、板の中央面内に、直交座標 x, y を図 1 のようにとる。板が周辺に沿うて、中央面内に図 1 のごとく AH に関して対称な圧縮あるいはせん断荷重をうけ、かつ周辺条件も AH に関して対称な場合の座屈後の挙動を解析する。板の中央面内の任意の点における膜応力を $\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$ 、ひずみを $\epsilon_x, \epsilon_y, \gamma_{xy}$ 、変位を u, v, w (たわみ) とし、

*教授 **福井高専助手 ***助手

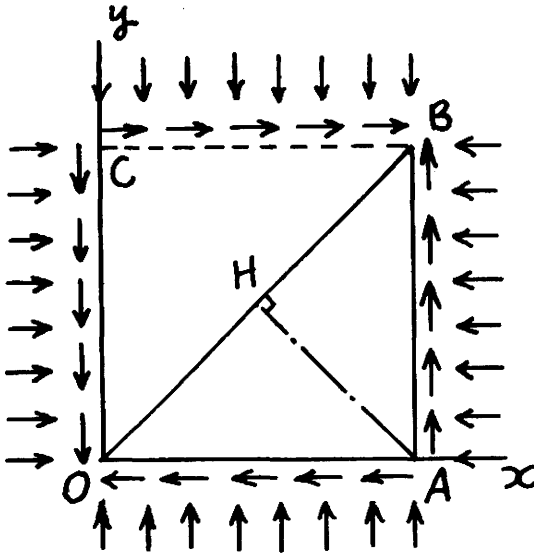


図 1

変位とひずみとの間の関係として、次式を採用する。

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_x &= \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \\ \epsilon_y &= \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 \\ \gamma_{xy} &= \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial w}{\partial y} \end{aligned} \right\} \dots\dots(1)$$

応力とひずみの関係は、Hooke の法則から

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_x &= -\frac{1}{E} (\sigma_x - \nu \sigma_y) \\ \epsilon_y &= -\frac{1}{E} (\sigma_y - \nu \sigma_x) \\ \gamma_{xy} &= \frac{2(1+\nu)}{E} \tau_{xy} \end{aligned} \right\} \dots\dots(2)$$

ここに、 E は材料の縦弾性係数、 ν は材料のポアソン比である。ここで、次式で定義される Airy の応力関数 $F(x, y)$

$$\sigma_x = \frac{\partial^2 F}{\partial y^2}, \quad \sigma_y = \frac{\partial^2 F}{\partial x^2}, \quad \tau_{xy} = -\frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y} \dots\dots(3)$$

を導入すると、平板の座屈後の挙動を支配する方程式は式(4)、(5)となる。

力のつりあい式

$$\Delta \Delta w = \frac{t}{D} \left(\frac{\partial^2 F}{\partial y^2} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - 2 \frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right) \dots\dots(4)$$

適合条件式

$$\Delta \Delta F = E \left\{ \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)^2 - \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right\} \dots\dots(5)$$

ここに、 D は板の曲げ剛性 $= Et^3/12(1-\nu^2)$

$$\Delta \Delta = \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right)^2$$

3 解 法

3.1 Galerkin の近似解法

式(4)、(5)を与えられた境界条件のもとに解き、 F と w を決めればよい。しかし、両式を連立させて直接解くことは困難であるので、本報においては、式(4)の代りに式(6)で表わされる Galerkin 法を適用して近似解法を行なう。

$$\int_0^a \int_0^a \left\{ \frac{D}{t} \Delta \Delta w - \left(\frac{\partial^2 F}{\partial y^2} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - 2 \frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right) \right\} w_i dy dx = 0 \dots\dots(6)$$

ここに、 w_i は後出式(8)のたわみ成分 w_{mn} をとる。

3.2 たわみ波形

周辺支持の条件式は、次のごとくなる。

$$x=a, y=0, y=x \text{ において } w=\Delta w=0 \dots\dots(7)$$

式(7)を満足する座屈後のたわみ波形の一般形は、次式で表わされる。

$$w = f_1 w_{21} + f_2 w_{31} + f_3 w_{32} + f_4 w_{41} + \dots\dots(8)$$

ここに

$$w_{mn} = \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{a} - \sin \frac{n\pi x}{a} \sin \frac{m\pi y}{a}$$

f_n : たわみ係数

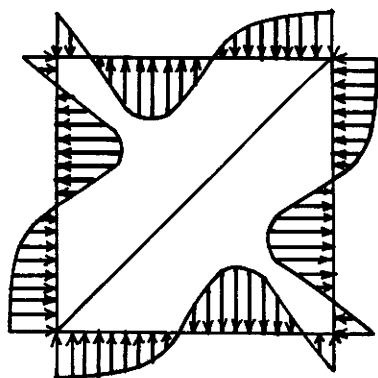
ここで $m+n$ が奇数の場合は図1の垂線 AH に対して対称、偶数の場合は逆対称の波形となる。したがって、本問題の場合は $m+n$ が偶数のたわみ成分は消失する。また座屈荷重⁽²⁾においては、均等圧縮の場合 w_{21} のみで厳密解が得られ、正方向の純粋せん断の場合では、 w_{21} 、 w_{32} を用いた場合 11.73 となり、5項まで用いた場合の 11.57 との誤差はきわめてわずかであるので、座屈後のたわみ波形として式(9)を仮定する。

$$w = f_1 w_{21} + f_3 w_{32} \dots\dots(9)$$

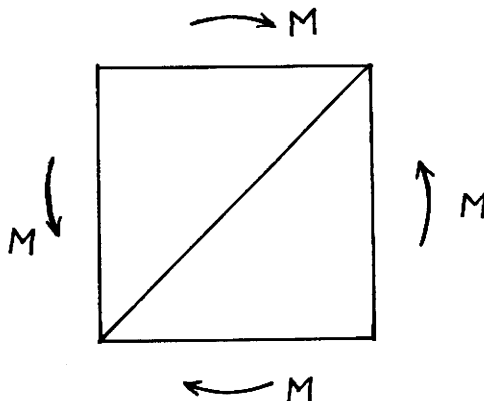
3.3 応力関数と境界条件

式(9)を式(5)右边に代入すると、特解 F_p は次式で表わされる。

$$\begin{aligned} F_p = & \frac{E}{4} \left\{ \left(-\frac{1}{2} f_1^2 + f_1 f_3 \right) (C_{02} + C_{20}) + \left(-\frac{1}{32} f_1^2 \right. \right. \\ & \left. \left. - \frac{1}{4} f_1 f_3 + \frac{9}{32} f_3^2 \right) (C_{40} + C_{04}) \right. \\ & \left. + \frac{1}{18} f_3^2 (C_{60} + C_{06}) + \left(\frac{9}{4} f_1^2 - \frac{1}{2} f_1 f_3 \right) \right\} \end{aligned}$$



(a) 応力分布



(b) 曲げモーメント

図2 F_p による周辺の応力, 曲げモーメント

$$\begin{aligned}
 & + \frac{25}{4} f_8^2 C_{11} + \frac{1}{36} f_1^2 C_{33} + \frac{1}{32} f_1 f_8 C_{44} \\
 & + \frac{1}{100} f_8^2 C_{55} + \left(-\frac{1}{4} f_1^2 + \frac{49}{100} f_1 f_8 \right) (C_{31} + C_{13}) \\
 & - \frac{4}{25} f_1 f_8 (C_{42} + C_{24}) + \left(-\frac{7^2}{26^2} f_1 f_8 \right. \\
 & \left. - \frac{1}{4} f_8^2 \right) (C_{51} + C_{15}) - \frac{1}{34^2} f_1 f_8 (C_{53} + C_{35}) \} \\
 & \dots\dots\dots(10)
 \end{aligned}$$

$$\text{ここに, } C_{mn} = \cos \frac{m\pi x}{a} \cos \frac{n\pi y}{a}$$

この F_p により生ずる周辺の応力, モーメントを図2に示す。図2(a)は垂直応力分布を示し, 合応力は0であるが, 周辺に図2(b)で示される曲げモーメントを生じる。せん断応力は周辺で0となる。面内変位 u , v についての境界条件として

(1) 直線保持

(2) 接線方向のひずみ一様

面内応力についての境界条件として

(3)(a) せん断の場合

平均圧縮応力 = 0 または

平均圧縮ひずみ = 0

(b) 圧縮の場合

平均せん断応力 = 0

(4) 曲げモーメント = 0

$$F_0 = -\left(\frac{p}{2} y^2 + \frac{p}{2} x^2 + \tau_0 xy \right)$$

$$F_A = \frac{A_0}{4} \{ (2x-a)(2y-a)^3 + (2x-a)^3(2y-a) \}$$

$$\begin{aligned}
 F_{A'} = \sum_{n=1}^{\infty} \left[\left\{ A_n \frac{n\pi}{a} (2x-a) \cosh \frac{n\pi}{a} (2x-a) + B_n \sinh \frac{n\pi}{a} (2x-a) \right\} \sin \frac{n\pi}{a} (2y-a) \right. \\
 \left. + \left\{ A_n \frac{n\pi}{a} (2y-a) \cosh \frac{n\pi}{a} (2y-a) + B_n \sinh \frac{n\pi}{a} (2y-a) \right\} \sin \frac{n\pi}{a} (2x-a) \right]
 \end{aligned}$$

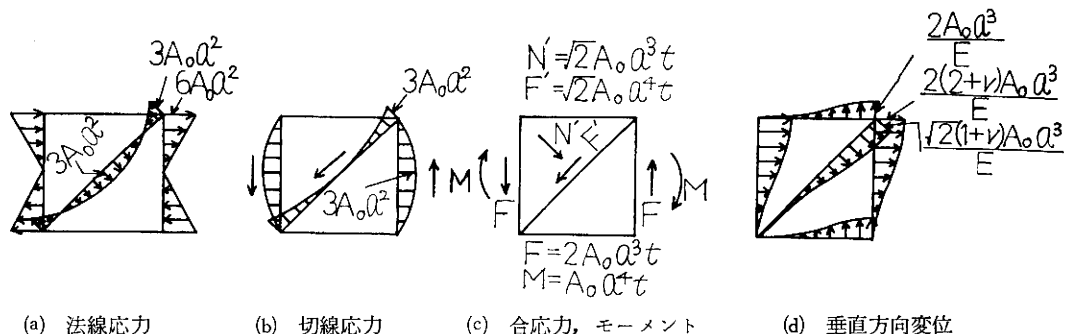
.....(12)

をとる。長方形板の圧縮座屈の場合には, 境界条件(2)の影響が大きくないことをA. KrommおよびK. Marguerreは数値例⁽¹⁾によって示しているので, 本報においてもこの影響を無視する。残りの境界条件を満足させるために, 式(5)の斉次解 F_h として式(11)をとる。

$$F_h = F_0 + F_A + F_{A'} \quad \dots\dots\dots(11)$$

ここに, F_0 , F_A , $F_{A'}$ は式(12)で与えられる。

式(12)において, p , τ_0 , A_0 , A_n , B_n は未知定数であり, 境界条件より決定される。斉次解 F_h のうちで, F_A は本報において初めて応力関数として採り上げた項であり, 一般解 $F_{A'}$ の n を 0 に近づけた極限の形, すなわち $F_{A'}$ の初項に相当している。この F_A により生ずる周辺の応力, モーメント, 変位を計算すると図3のようである。したがって, F_A により生ずる曲げモーメント (図3(c)) で F_p により生ずる曲げモーメント (図2(b)) を打ち消し, 境界条件(4)を満足させることができる。ところで, F_p および F_0 による面内変位は周辺で直線を保持するが, F_A による面内変位は図3(d)のごとく, 直線を保持しない。ゆえに, 直線保持 (境界条件(1)) を満足させるために, $F_{A'}$ を採用する。すなわち, F_A , $F_{A'}$ を周辺で Fourier Sine 級数に展開し, 係数比較を行なうと次式が得られ, 近似的に直線保持が可能である。

図3 F_A による周辺の応力, モーメント, 変位

$$n[(1+\nu)\{A_n n \pi \sinh n \pi + B_n \cosh n \pi\} - (1-\nu)A_n \cosh n \pi]$$

$$+ \frac{2}{\pi} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{(-1)^{m+n} m^3}{n(m^2+n^2)} \left\{ (1+\nu)(A_m m \pi \cosh m \pi + B_m \sinh m \pi) \right. \\ \left. + \frac{2\{m^2 + (2+\nu)n^2\}}{m^2+n^2} A_m \sinh m \pi \right\} = -\frac{3(3+\nu)}{\pi^4} \frac{(-1)^n}{n^3} A_0 a^4 \quad \dots\dots\dots(13)$$

($n=1, 2, 3, \dots\dots\dots$)

しかし, F_A' を用いる場合の計算はきわめて複雑である。

3・4 直線保持による影響

そこで, 直線保持による影響を調べるために, たわみ波形として w_{21} のみを用いて座屈直後の有効剛性を求めてみた。その結果を表1に示す。表1において, σ_e , τ_e , ε_e , γ_e は板の周辺での平均(見かけ)の圧縮応力, せん断応力, 圧縮ひずみ, せん断ひずみを示し, G は板のせん断弾性係数である。座屈前の有効剛性を1とし, $A_0=A_n=0$ の欄は F_h として F_0 のみの場合, A_0 の欄は F_A' を用いない場合, $A_1 \sim A_4$ の欄は F_A' の n をそれぞれ 1~4 までとって直線保持をさせた場合の値を示す。表1によれば, $A_0=A_n=0$ の欄は, せん断座屈後の場合, 有効剛性は1となり, これは明らかに不合理である。すなわち, F_h として F_A の項は必要であることがわかる。直線保持による影響は, A_0 と A_4 の欄がほぼ近い値をとることより, あまり大きくないことが予想される。さらに, 直線保持の

場合の座屈後におけるいくつかの計算結果(後出図4, 図7, 図8にその例を示す)からも, 直線保持による影響はあまり大きくないことがわかった。いっぽう, 物理的にみると, 実際の構造物などでは, 板の中央面内での曲げに対する剛性 $Ea^3/12t$ にくらべて, 十分に補強材の曲げ剛性が大きいとは考えられないので, 直線保持の条件を無視することは, むしろ実際的とも思われる。

3・5 数値計算式

3・4 節に述べた理由により, 以下の解析においては, 直線保持の影響を無視し (F_A' を省略), F_h として式(14)をとる。

$$F_h = F_0 + F_A \quad \dots\dots\dots(14)$$

応力関数 F は次式で与えられ

$$F = F_h + F_p \quad \dots\dots\dots(15)$$

これより式(3), (2), (1)を用いて, 応力, ひずみ, 変位が計算できる。さて, 周辺 $y=0$ または $x=a$ における平均圧縮応力 σ_e , 平均せん断応力 τ_e , 平均圧縮ひずみ ε_e は, それぞれ, 次式で与えられ

表1 一項近似による座屈直後の有効剛性
(応力関数の一般解の相違に対する比較)

	$A_0=A_n=0$	A_0	A_1	A_2	A_3	A_4	注
$\frac{1-\nu}{E} \frac{d\sigma_e}{d\varepsilon_e}$	0.412	0.343	0.204	0.316	0.342	0.361	圧縮座屈 ($\tau_e=0$)
$\frac{1}{G} \frac{d\tau_e}{d\gamma_e}$	1.00	0.854	0.488	0.730	0.787	0.828	せん断座屈 ($\sigma_e=0$)

$$\begin{aligned}\sigma_e &= -\frac{1}{a} \int_0^a (\sigma_y)_{y=0} dx \\ &= -\frac{1}{a} \int_0^a (\sigma_x)_{x=a} dy \quad \dots\dots\dots(16)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\tau_e &= \frac{1}{a} \int_0^a (\tau_{xy})_{x=a} dy = -\frac{1}{a} \int_0^a (\tau_{xy})_{y=0} dx \\ &= \tau_0 + 2A_0 a^2 \quad \dots\dots\dots(17)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\epsilon_e &= -\frac{1}{a} \int_0^a \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)_{y=0} dx \\ &= -\frac{1}{a} \int_0^a \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)_{x=a} dy \\ &= \frac{1-\nu}{E} p + \frac{\pi^2}{8a^2} (5f_1^2 + 13f_3^2) \quad \dots\dots\dots(18)\end{aligned}$$

平均せん断ひずみ τ_e は、板の隅角の点の変位に着目すると、式(19)で与えられる。

$$\begin{aligned}\tau_e &= \frac{(u_y = a - u_{y=0})_{x=a}}{a} + \frac{(v_{x=a} - v_{x=0})_{y=0}}{a} \\ &= \frac{2(1+\nu)}{E} \tau_0 + \frac{4(3+\nu)}{E} A_0 a^2 \quad \dots\dots\dots(19)\end{aligned}$$

未知係数 A_0 は、周辺での曲げモーメントを 0 とおくことにより

$$\begin{aligned}\int_0^a (\sigma_x)_{x=a} \left(y - \frac{a}{2} \right) dy \\ = \int_0^a (\sigma_y)_{y=0} \left(x - \frac{a}{2} \right) dx = 0\end{aligned}$$

次式で与えられる。

$$A_0 = \frac{E}{2a^4} \left(\frac{16}{9} f_1^2 + 2\beta f_1 f_3 + \frac{9 \times 16}{25} f_3^2 \right) \quad \dots\dots\dots(20)$$

$$\begin{aligned}\text{ここに、} \beta &= \left(\frac{7}{10} \right)^2 + \left(\frac{7}{26} \right)^2 - \left(\frac{1}{34} \right)^2 - \frac{1}{4} \\ &= 0.31162\end{aligned}$$

Galerkin の基礎式は、式(6)の積分の後、全体に $4/t\pi^2$ を乗じ、さらに、 $\nu=0.3$ として整理すると、次のようになる。

$$\left. \begin{aligned}(25\sigma_E - 5p - 1.4410\tau_0)f_1 - 2.5938\tau_0 f_3 \\ + \frac{\sigma_E}{t^2} (22.637f_1^3 - 15.046f_1^2 f_3 \\ + 75.408f_1 f_3^2 - 56.312f_3^3) = 0 \\ (169\sigma_E - 13p - 4.6689\tau_0)f_3 - 2.5938\tau_0 f_1 \\ + \frac{\sigma_E}{t^2} (117.81f_3^3 - 7.6063f_1^3 \\ - 142.92f_1 f_3^2 + 77.790f_1^2 f_3) = 0\end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots(21)$$

ここに、 $\sigma_E = \frac{D\pi^2}{ta^2}$ ：オイラーの応力度

式(21)に境界条件(3)を代入し、 p または τ_0 のいずれかを消去すると、両式より f_1, f_3 についての 4 次式をうるから、たとえば、 f_1 を与えると f_3 が得られ、これらの値を式(16)~(21)に代入して、座屈後の応力、ひずみ等が計算できる。

4 計算結果と考察

数値計算は、次に示す (I), (II), (III) の場合について行なった。

(I) せん断座屈後 $\sigma_e = p = 0$

(II) せん断座屈後 $\epsilon_e = 0$

(III) 圧縮座屈後 $\tau_e = 0$

以下に、数値計算の結果とその考察を述べる。なお、計算は FACOM270-20 により行なった。

4.1 座屈応力

座屈限界点における応力 (τ_{cr}, p_{cr}) およびたわみ係数の比は、式(21)において、 f_1, f_3 の 3 次の項を省略し、 f_1, f_3 についての係数行列式 = 0 より

(I), (II) の場合、 $p = 0$ として

$$\tau_{cr}/\sigma_E = 11.73 \quad \dots\dots\dots(22)$$

$$f_3/f_1 = 0.266 \quad \dots\dots\dots(23)$$

(III) の場合、 $\tau_0 = 0$ として

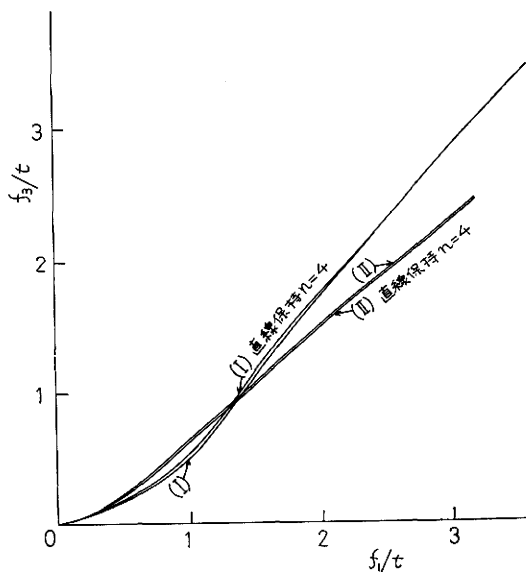
$$p_{cr}/\sigma_E = 5 \quad \dots\dots\dots(24)$$

$$f_3/f_1 = 0 \quad \dots\dots\dots(25)$$

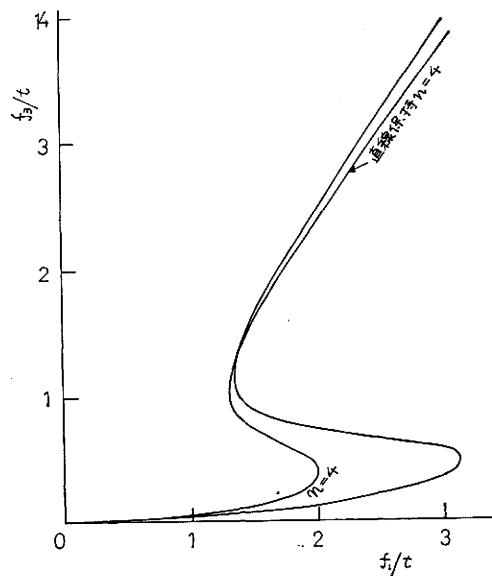
となる。これらの値は著者の結果⁽²⁾と一致する。

4.2 たわみ係数およびたわみ波形

たわみ係数 f_1 と f_3 の関係を図 4 に、また、平均応力とたわみ係数との関係を図 5 に示す。 f_1, f_3 は荷重とともにその値を増すが、とくに、圧縮 (III) の f_3 を除いて、座屈荷重の付近でいちじるしく増加する。いっぽう、 f_3/f_1 もせん断の場合、 $\tau_e/\tau_{cr} = 1 \sim 4$ の間で急激に増加し、座屈直後 0.266 (式(23)) であったものが、(I) では、 $\tau_e/\tau_{cr} = 3.11$ のとき 0.69 に、(II) では、 $\tau_e/\tau_{cr} = 3.16$ のとき 0.54 に増加する。したがって、座屈の進行とともに、 f_3 の影響が大きくなることがわかる。このため、最初一方向にたわんだ板が、座屈の進行とともに、直角の隅の付近に逆方向のたわみを生じ、その量が増加すると同時に、節線が斜辺の方向に移動する。また、せん断の場合、(I) にくらべて (II) のたわみ量 (係数) がかなり小さいことは、物理的にみて妥当である。いっぽう、圧縮 (III) の場合、座屈後 f_1 は急激に増加するが、 f_3 は $p/p_{cr} = 4 \sim 5$ 程度までは、横軸に沿ってごくわずかに増すのみで、その絶対値は f_1 にくらべてきわめて小さい。ゆえに、この範囲では、たわみ波形として w_{21} のみを採用し、 w_{32} を無視できるものと思われる。図 4 (b) に示すごとく、 $f_1/t = 1.3$ 付近で、 f_3 の初根のほか、絶対値の大きい第 2, 第 3 根があらわれる。その後、 $f_1/t = 3.15$ 付近で初根

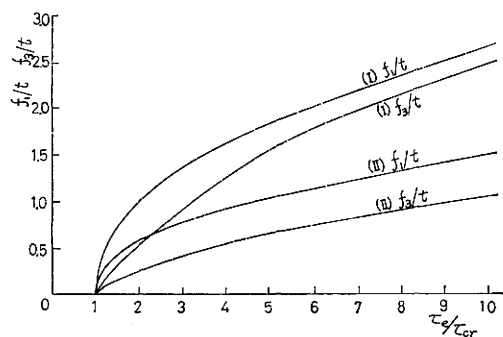


(a) せん断座屈後

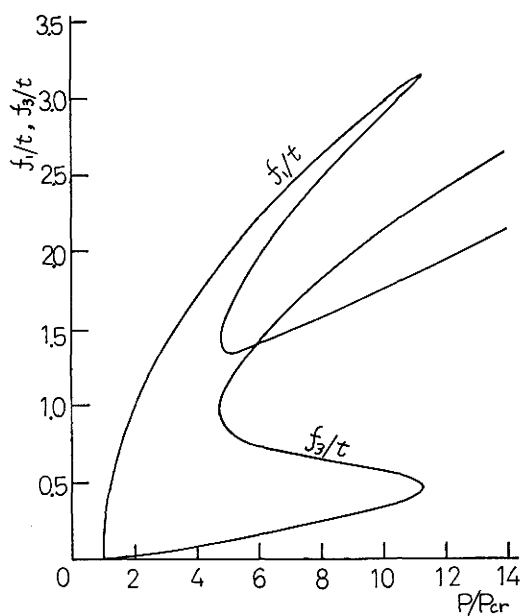


(b) 圧縮座屈後

図4 たわみ係数の関係



(a) せん断座屈後



(b) 圧縮座屈後

図5 平均応力とたわみ係数の関係

が消失する。これは、円筒の軸方向圧縮の時に起こる飛越の現象に類似している。(図7(b)参照) 飛越前においては、波形は座屈直後の波形と絶対値のみ異なり、その形状はほとんど変化しないが、飛越後においては、 f_3 の影響が大きくなるため、飛越前の波形とま

ったく異なり、せん断の場合とよく似た波形となる。図6は、平均応力と重心位置のたわみ量 δ の自乗との関係を示す。(I), (II), (III), いずれの場合においても、その関係はほぼ直線的であり、座屈荷重を吉識の方法⁽⁴⁾により、実験的に決めうる事が可能である

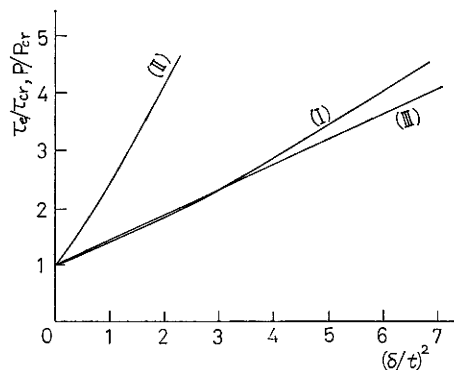
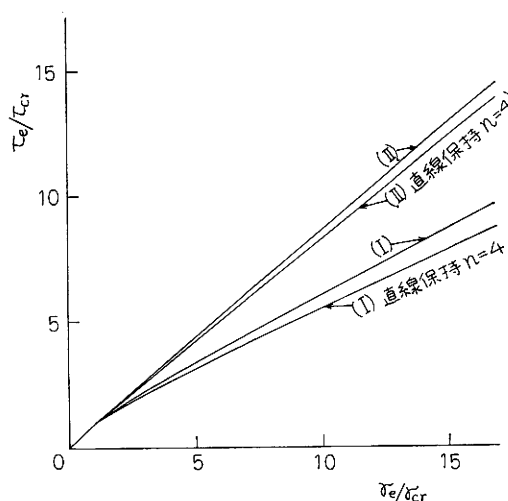
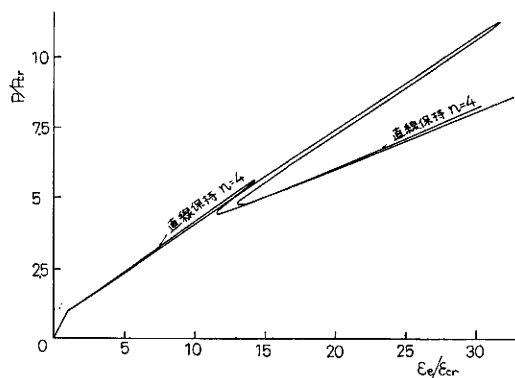


図6 平均応力と重心位置のたわみの自乗との関係

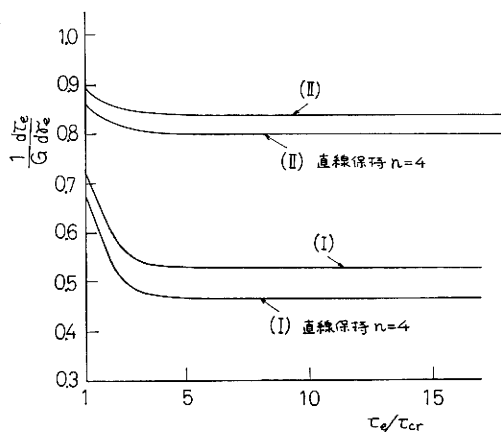


(a) セン断座屈後

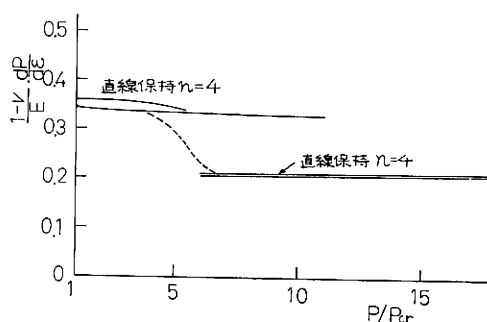


(b) 圧縮座屈後

図7 平均応力と平均ひずみの関係



(a) セン断座屈後



(b) 圧縮座屈後

図8 有効剛性

ことを示している。

4・3 平均応力と平均ひずみとの関係

平均応力と平均ひずみの関係を図7に示す。図7において、 τ_{cr} , ϵ_{cr} は座屈ひずみをあらわす。 τ_e/τ_{cr} または p/p_{cr} が1より小さい範囲では、線形理論が成り立ち、傾斜1の直線となるが、座屈を起こすと急激にその傾斜を減じ、図7のごとき折点を示す。それ以後、せん断の場合では、 τ_e/τ_{cr} が2.5程度までは、わずかに上に凸の曲線となるが、それ以上ではほぼ直線となる。圧縮の場合では、飛越が起こるまではほとんど直線であるが、せん断の場合にくらべて、傾斜の減少がいちじるしい。また、飛越後もほとんど直線であるが、さらに傾斜を減じる。なお、圧縮(Ⅲ)にて、 F_A' の n を4までとって直線保持をさせた場合(図7(b) $n=4$)は、 F_A' を用いない場合($n=0$)にくらべ

て、いちじるしく突起の部分が小さい。なお、均等圧縮座屈後の場合、実際に飛越の現象が起こるかどうかは、実験的に検証されるべきであるが、一般には、 $p/p_{cr} = 4 \sim 5$ 程度まで負荷することは困難である。

4・4 有効剛性

平均応力と有効剛性との関係を図8に示す。せん断の場合、座屈前1であったものが、座屈と同時に、(Ⅰ)では、0.72、(Ⅱ)では0.89に急減し、さらに、 $\tau_e/\tau_{cr} = 2.5$ 程度まで剛性は低下するが、(Ⅰ)では0.53、(Ⅱ)では0.84付近に落着く。これより、座屈後においても、かなりの剛性を有することがわかる。いっぽう、圧縮(Ⅲ)の場合、座屈直後において、0.34といちじるしく剛性は減少するが、以後ほとんど変化しない。なお、飛越が起こると剛性は点線で示すように変化するものと思われる。

4・5 直線保持と応力関数

応力関数として、 F_A' を用い、周辺を直線保持させた場合の計算例((Ⅰ)、(Ⅱ)、(Ⅲ)いずれの場合も、 F_A' の n が4のときの例を示す)を図4、図7、図8に付記した。これによれば、座屈後かなりの範囲で、(Ⅰ)、(Ⅱ)、(Ⅲ)いずれの場合も、直線保持の場合とそれを見捨てた場合との結果の差は、あまり大きくないことが認められる。したがって、座屈後の解析には、直線保持を見捨て、 $F_h = F_0 + F_A$ として計算を行えば十分な結果をうることができ、かつ、計算労力をいちじるしく軽減させることができる。

5 む す び

本報においては、周辺支持直角二等辺三角形板の純粋せん断および均等圧縮座屈後の挙動を、周辺条件を厳密に満足するたわみ波形を2項まで採用して、Galerkinの方法により理論的に解析した。得られた結果は、図4～図8に示し、座屈後の荷重とたわみおよび有効剛性等との間の関係を考察した。とくに、本報においては、新しい試みとして、応力関数を座標変数 x, y の多項式の形で採用し、板の周辺の直線保持を見捨てて計算を進めても、十分な結果をうることができ、かつ、計算労力をいちじるしく軽減できることを指摘した。本報において得られた結果は、著者等の行った簡単な実験の結果と比較的よく一致することから、この種の応力関数が本報において取り扱った問題とは境界条件の異なる他の問題に対しても、適用できるものと思われる。なお、均等圧縮座屈後においては、荷重の大きいところで、飛越が起こる可能性のあることを指摘したが、この点に関しては、以後の実験などで確かめられるべきものと思われる。

文 献

- 1) A. Kromm, K. Marguerre : "Verhalten eines von Schub- und Druckkräften beanspruchten plattensteifens oberhalb der Beullast". Lufo., 14 (1937), 627~639
- 2) 若杉 : 機械学会論文集 19-83 (昭28), 59.
- 3) 吉識 : 応用力学 1-6 (昭23), 19.

(昭和43年4月15日受理)